Величины «скорость» и «расстояние» в начальном курсе математики

А.Л. ЧЕКИН,
доктор педагогических наук, профессор кафедры математики и информатики в начальной школе, Институт детства, Московский педагогический государственный университет

В настоящей статье продолжается обсуждение вопроса о величинах, изучаемых в начальном курсе математики, которое мы начали в публикации «Величины «цена» и «стоимость» в начальном курсе математики» [2][1]. Рассмотрим подробнее величины, с которыми учителя и ученики сталкиваются при решении задач на движение. Нас интересуют (главным образом) только две величины из хорошо известной триады «расстояние — скорость — время» (которая является величинной основой задач на движение), а именно «скорость» и «расстояние» (длина пройденного пути), о чем и заявлено в названии статьи. Исключив на данном этапе из рассмотрения величину «время», мы никоим образом не хотим сказать, что она не заслуживает внимания. Скорее, наоборот. Величина «время» настолько значима в общеобразовательном плане, что требует специального и подробного обсуждения. Есть и еще одна причина сделанного нами выбора. Она заключается в том, что мы хотим не только рассмотреть различные теоретические и методические аспекты изучения указанных величин в начальном курсе математики, но также провести аналогию с величинами «цена» и «стоимость», рассмотренными в упомянутой выше статье. Дело в том, что обозначенная аналогия является той принципиальной идеей, которая была использована нами при разработке методического подхода в вопросе обучения учащихся начальной школы решению задач с пропорциональными величинами [3].

Начнем с рассмотрения величины «расстояние». Термин *расстояние* в математике носит геометрический характер, так как напрямую связан с одной из так называемых геометрических величин — длиной. Но трактовка этого термина в задачах на движение (именно о них мы будем вести речь) отличается от той, которую он имеет в геометрических задачах (расстояние между точками, расстояние от точки до прямой, расстояние между параллельными прямыми и т.д.). Когда в задачах на движение мы говорим о расстоянии, которое, например, преодолел пешеход за определенное время, двигаясь с определенной скоростью, то мы имеем в виду длину пройденного пути как длину отрезка кривой линии, повторяющей траекторию движения пешехода. Естественно, часто бывает затруднительно измерить ее, поэтому мы должны идти по пути упрощения: либо оперировать уже известной длиной пройденного пути, либо вычислять ее по известной формуле на основе знания двух других величин этой триады. Если же все-таки требуется провести измерение, то мы вынуждены рассматривать прямолинейную траекторию движения даже в тех случаях, когда это не так, например, при измерении расстояния между интересующими нас объектами по плану местности (в определенном масштабе). Этим фактом исчерпывается перечень проблем, которые могут возникать перед учениками и учителем в связи с рассмотрением данной величины в процессе обучения решению задач на движение в начальной школе.

Перейдем к рассмотрению величины «скорость», обращая особое внимание на ее трактовку в начальном курсе математики.

[1] В квадратных скобках указаны номер работы и страницы в ней из списка «Использованная литература». — *Ред.*

Прежде всего, отметим, что понятие *скорость* (в физическом смысле) очень многогранно: есть скорость средняя, мгновенная, линейная и угловая. Какую же скорость мы имеем в виду, когда говорим о ней на уроках математики в начальной школе? Судя по определению, которое используется в том или ином виде практически всеми авторами действующих учебников, речь идет о средней скорости, т.е. об отношении длины пройденного пути к затраченному на это времени. Средняя скорость — это действительно та разновидность этой величины, о которой можно и нужно вести речь в начальной школе. Определение средней скорости доступно младшим школьникам для понимания, ее можно хорошо проиллюстрировать примерами из реальной жизни. Однако не следует забывать, что понятие *средняя скорость* несет в себе и ряд проблемных моментов, связанных с его правильным употреблением. Так, например, зная длину пройденного пути и затраченное на это время, можно вычислить среднюю скорость движения некоторого объекта, но нельзя установить, сколько времени ему потребуется для преодоления части пути. Этот факт означает, что некорректно, например, спрашивать: «За сколько секунд спринтер пробежит 50 м, если дистанцию 100 м он пробегает за 10 с?» Такого типа вопросы возможны только при наличии соответствующего дополнительного условия, которое может звучать так: «Спринтер всю дистанцию бежит с постоянной скоростью» или: «Средняя скорость на новом участке дистанции остается той же самой, что и на первоначальном». Однако авторы задач на движение (для начальной школы) практически никогда не формулируют такие условия, а если и делают это, то тем самым они превращают задачу с реальным сюжетом в надуманную. В этом случае не очень просто перестроить сюжет, чтобы в задачу опять вернулась реальность. В роли объекта, движущегося с постоянной скоростью, можно, например, использовать поезд, который осуществляет движение на некотором прямолинейном перегоне. Ситуация, когда на разных участках пути сохраняется одна и та же средняя скорость, возможна нечасто, но при движении с постоянной скоростью она, очевидно, имеет место быть. Приведем пример задачи на движение в той формулировке, которая, на наш взгляд, отвечает требованию корректности: «За 3 ч, которые был в пути скорый поезд, он преодолел расстояние 240 км. Сколько километров преодолеет этот поезд за 5 ч, если будет двигаться с той же средней скоростью?» [4, *85*].

После того как мы разъяснили нашу позицию по вопросу математически грамотного использования понятий *расстояние* и *скорость* на уроках математики в начальной школе, настало время дать некоторые методические рекомендации учителям начальных классов, которые призваны помочь им организовать изучение данного вопроса более эффективно. Основная методическая идея в этом случае заключается в том, что задачи на движение следует рассматривать в сопоставлении с задачами на процесс купли-продажи, устанавливая аналогию в характере зависимости между величинами «стоимость — цена — количество» и «длина пути — скорость — время». В дальнейшем она должна быть распространена и на триаду величин «объем выполненной работы — производительность — время». Таким образом, величины «цена», «скорость» и «производительность» с математической точки зрения устроены одинаково (каждая из них является отношением двух других величин из соответствующей триады, что находит отражение и в соответствующих наименованиях) и оперировать с ними нужно, следуя методу аналогии, тем более что, согласно программам начального курса математики, они, как правило, не разведены по времени [1].

Перейдем к рассмотрению вопроса о методике обучения решению задач на совместное одновременное движение двух объектов. Авторы учебников предлагают разную классификацию таких задач и последовательность их изучения. Некоторые выделяют задачи на: а) встречное движение; б) движение в одном направлении; в) движение вдогонку; г) движение с отставанием. Кто-то считает нужным рассматривать отдельно задачи на сближение и удаление и т.д. Хорошо видно, что в этом вопросе имеет место изрядная путаница. Она создает проблемы учителям, когда необходимо дать соответствующее объяснение, а также ученикам в плане понимания этого материала. Возникает она из-за использования не очень удачной, а то и просто ошибочной классификации таких задач. Так, например, задачи на сближение возникают при встречном движении и при движении в одном направлении, но решаются они по-разному: в первом случае на основе сложения скоростей отдельных объектов, а во втором — на основе вычитания из большей скорости меньшей. Поэтому выделять в отдельный класс задачи на сближение методически ошибочно. Как же тогда следует поступать?

Мы считаем, что наиболее разумным в этом случае будет следующий подход. Сначала все такие задачи нужно разделить на два класса, а именно: задачи на движение в противоположных направлениях и в одном направлении. Так как в начальном курсе математики любая задача на одновременное совместное движение двух объектов предполагает (явно или неявно) движение по прямой, то указанные два класса исчерпывают все такие задачи. При движении в противоположных направлениях результирующая скорость находится как сумма скоростей отдельных объектов, а при движении в одном и том же направлении — как их разность (из большей скорости нужно вычесть меньшую).

После этого в каждом классе задач следует рассмотреть задачи с такими сюжетами, которые приводят к сближению объектов и к их удалению. Необходимо довести до понимания учащихся, что это отличие не оказывает никакого принципиального влияния на решение задачи. Так, например, при движении двух объектов навстречу друг другу они сначала сближаются, а после встречи начинают удаляться друг от друга, но и скорость сближения этих объектов, и скорость их удаления будет являться суммой индивидуальных скоростей этих объектов, так как в обоих случаях движение происходит в противоположных направлениях. Более подробно с предложенной методикой можно познакомиться, проанализировав соответствующие темы из учебника математики для учащихся IV класса проекта «Перспективная начальная школа» [4, 5] и нашим методическим рекомендациям для учителя к этому учебнику [3].

В заключение рассмотрим задачи на движение двух объектов с временным гандикапом (в которых первый объект начинает движение раньше, чем второй). На первый взгляд может показаться, что это особый класс задач и подходить к их решению нужно с новыми идеями. На самом деле это не так. Достаточно сначала перевести временной гандикап в расстояние между объектами, которое будет иметь место на момент вступления в процесс движения второго объекта, и мы получим знакомую нам задачу на одновременное совместное движение двух объектов с соответствующим начальным условием, которое должно отражать расстояние между объектами на момент начала их совместного движения. Все остальные данные будут касаться соответствующих величин из триады «расстояние — скорость — время». Их следует взять из первоначальной формулировки задачи.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Программы четырехлетней начальной школы: Проект «Перспективная начальная школа». М., 2004.

2. *Чекин А.Л.* Величины «цена» и «стоимость» в начальном курсе математики» // Начальная школа. 2011. № 1.

3. *Чекин А.Л.* Математика. 4 класс: Метод. пос. / Под ред. Р.Г. Чураковой. М., 2011.

4. *Чекин А.Л.* Математика. 4 класс: Учеб.: В 2 ч. Ч. 1 / Под ред. Р.Г. Чураковой. М., 2014.

5. *Чекин А.Л.* Математика. 4 класс: Учеб.: В 2 ч. Ч. 2 / Под ред. Р.Г. Чураковой. М., 2014.