Дивергентные задачи — средство развития творческого мышления младших школьников

Н.Г. ГАШАРОВ,
кандидат физико-математических наук, профессор
Х.М. МАХМУДОВ,
кандидат физико-математических наук, доцент, Дагестанский государственный педагогический университет

За последние десятилетия в российском обществе произошли кардинальные перемены в представлениях о целях образования и путях их реализации. Переход в школах России к Федеральным государственным образовательным стандартам второго поколения, как известно, связан с приведением системы образования в соответствие с тенденциями развития современного постиндустриального информационного общества.

Концепция развития универсальных учебных действий (УУД), разработанная отечественными учеными на основе системно-деятельностного подхода к обучению, призвана сформировать у школьников важнейшую ключевую компетенцию — умение учиться, что способствует саморазвитию и самосовершенствованию.

Как известно, переход от традиционного подхода, ориентированного на формирование знаний, умений и навыков, к компетентностно-деятельностному подходу, в первую очередь означает усиление прагматичности учебной деятельности.

Иначе говоря, речь идет о переходе от обучения как процесса формирования знаний, умений и навыков, предусмотренных традиционными программами, к активной творческой работе над учебными заданиями для достижения конкретных результатов образования, под которыми понимается не только освоение отдельных предметов, но и умение использовать эти результаты в действии — в сложных, нестандартных и быстро меняющихся ситуациях реальной жизни.

Именно в прагматических целях полвека назад президент Американской ассоциации психологов Д.П. Гилфорд, отвлекаясь от классического деления мышления на индуктивное и дедуктивное, предложил идею деления мышления на конвергентное и дивергентное. Одновременно им же в обиход были введены понятия *конвергентной* и *дивергентной* задач.

А.Г. Асмолов считает: «Одно из важнейших познавательных универсальных учебных действий — умение решать проблемы и задачи. Усвоение общего приема решения задачи в начальной школе базируется на сформированности логических операций. Решение задачи выступает и как цель, и как средство обучения. Умение ставить и решать задачи является одним из основных показателей развития учащегося» [1, *91*][1].

Именно в процессе самостоятельной и творческой работы над задачами у младшего школьника происходит формирование УУД и повышение качества их сформированности.

Традиционно в качестве учебных задач в процессе обучения математике использовались и используются конвергентные задачи, которые способствуют главным образом развитию конвергентного (логического) мышления. Конвергентные задачи предполагают существование лишь одного (единственно верного) ответа, который может быть найден посредством строгих логических рассуждений, на основе использова-

[1] В квадратных скобках указан номер работы и страницы в ней из списка «Использованная литература». — *Ред.*

ния соответствующих законов, правил, алгоритмов, формул, теорем и т.д. Прав В.А. Тестов, когда пишет: «Другим источником формализма в преподавании математики является ориентация учащихся на получение только единственно правильного ответа. Поэтому следует систематически использовать в обучении задачи с неоднозначным ответом» [6, *16*].

В последние десятилетия российские педагоги и психологи также пришли к выводу о необходимости включения в учебный процесс по изучению математики достаточного количества дивергентных задач. Как известно, дивергентные задачи служат весьма эффективным дидактическим средством развития творческого (дивергентного) мышления школьников, а творчество, по меткому выражению А.З. Рахимова, — «...это высшая и наиболее сложная форма человеческой деятельности, способ его самоутверждения, процесс самореализации человеческой индивидуальности и непременное условие его самосовершенствования» [4, *42*].

Дивергентные задачи, в отличие от конвергентных, характеризуются многовариантностью ответов и решений. Вариативность способов их решения и многообразие ответов создает оптимально благоприятные условия для проявления и развития творческого потенциала ученика, позволяя ему постоянно совершенствоваться в самостоятельной, творческой учебной деятельности. Такие задачи позволяют школьнику выдвигать различные гипотезы, идеи, догадки, суждения и т.д., способствуя раскрепощению стереотипности мышления и применению знаний в новых нестандартных ситуациях.

При традиционном обучении математике задачи дивергентного типа встречаются в учебниках редко. Однако в повседневной жизни человеку часто требуется оценить что-либо, найти оптимальный ответ из нескольких, например отвечая на вопросы типа: «Какие блюда приготовить семье на обед? Кем стать после окончания средней школы? Какой город выбрать в качестве места жительства? Какую книгу прочитать следующей? В каком порядке выполнить домашние задания? Какой подарок купить другу на день рождения? Каким образом доехать до дома?» И т.д.

Отметим, что в ряде работ конвергентные и дивергентные задачи принято называть *задачами закрытого и открытого типа* [2, *5*], поэтому, говоря о них, учителя могут пользоваться привычными и удобными для себя терминами. Учащиеся не должны владеть соответствующей терминологией, однако они должны осознавать, что есть задачи, которые могут иметь не один, а несколько правильных ответов.

Ситуации различной степени неопределенности, создаваемые дивергентными задачами, стимулируют активность учащихся. Ведь решение таких задач предполагает поиск разных подходов. При решении дивергентных задач часто требуется использовать интуицию, озарение и другие факторы, свойственные творческому мышлению, а мыслительные процессы учащихся в этом случае действуют как катализаторы, тренируя и развивая творческий потенциал.

К задачам дивергентного типа в традиционных учебниках относят: а) задачи с недостающими данными; б) задания на составление задач по данному решению или уравнению; в) упражнения на состав числа. Обычно таким заданиям на уроках уделяется мало внимания.

Обучение решению дивергентных задач, как и задач вообще, предполагает, что:

1) учащиеся используют метод подбора, когда они анализируют возможные варианты ответа на вопрос задачи и исключают те, которые не удовлетворяют условиям задачи;

2) школьники выполняют разнообразные вспомогательные модели задачи;

3) учащиеся рассматривают различные способы решения задачи;

4) процесс решения опирается на сообразительность, изобретательность и жизненный опыт учащихся.

Далее мы приведем примеры интересных и проверенных на практике дивергентных задач, охарактеризуем некоторые приемы диверсификации конвергентных задач в дивергентные, а также дадим комментарии по организации обучения учащихся их решению.

Задача 1. Турист проплыл по течению реки на плоту 6 км, а обратно возвратился на лодке, скорость которой в стоячей воде 5 км/ч, затратив на все путешествие 5 ч. Найди скорость течения реки.

Обычно такую задачу решают в основной школе составлением квадратного уравнения. Мы предлагали эту задачу (как дивергентную) младшим школьникам, оказывая при этом минимальную помощь в случае серьезных затруднений. С этой целью мы задавали ученикам вопросы: «Какой могла быть скорость течения реки, если турист (при скорости лодки 5 км/ч в стоячей воде) смог проплыть против течения реки? (1 км/ч, 2 км/ч, 3 км/ч или 4 км/ч.) Все ли перечисленные варианты подходят в качестве ответа к задаче?» После соответствующей проверки четырех названных вариантов учащиеся методом проб и ошибок приходят к выводу, что скорость течения реки могла быть 2 км/ч и 3 км/ч. Далее можно спросить: «Что будет, если скорость течения реки два с половиной км/ч?» Окажется, что турист в этом случае затратит на все путешествие 4 ч 48 мин.

Задача 2. Чтобы отвести сына к бабушке, отец прикрепил седло к коню, а затем они отправились в путь. В какой последовательности могли передвигаться отец (О), сын (С) и конь (К)?

В ходе анализа задачи необходимо рассмотреть все комбинации, предложенные учениками. В случае необходимости можно смоделировать ситуацию с помощью фишек, игрушек или условного рисунка. Легко найти первые шесть вариантов: (О, С, К), (О, К, С), (К, О, С), (К, С, О), (С, О, К), (С, К, О). После этого можно спросить: «Мог ли отец брать сына на руки или сесть верхом на коня?» Ответ, как правило, утвердительный. Получив его, учитель помогает школьникам найти другие варианты передвижения: (ОС[1], К), (К, ОС), (ОК[2], С), (С, ОК), (СК[3], О), (О, СК). После получения положительных ответов на вопросы: «Могут ли они передвигаться, сидя оба на коне? Может ли отец ехать, сидя на коне с сыном на руках?» ученики находят еще два новых способа передвижения. Мы проанализировали 14 ответов, но есть еще немало других вариантов.

Задача 3. Покупатель при оплате покупки в 33 р. дал продавцу сторублевую купюру. В каких купюрах или монетах можно отсчитать сдачу? Можно ли дать сдачу без использования металлических монет? Если да, то как это сделать?

При анализе задачи следует обсудить привлекательность разных вариантов ответов для покупателя и продавца. Учащиеся, как правило, предлагают разные варианты ответов, наиболее привлекательным для покупателя они считают вариант сдачи 50 + 10 + 5 + 2. При поиске ответов на второй вопрос можно обсудить разные варианты. Например:

1. Да, если у покупателя есть мелочь в 3 р.
2. Да, если продавец пожертвует в пользу покупателя 3 р.
3. Да, если покупатель обязуется вернуть 3 р. в следующий раз.
4. Да, если покупатель возьмет в качестве сдачи мелкий товар на 7 р.

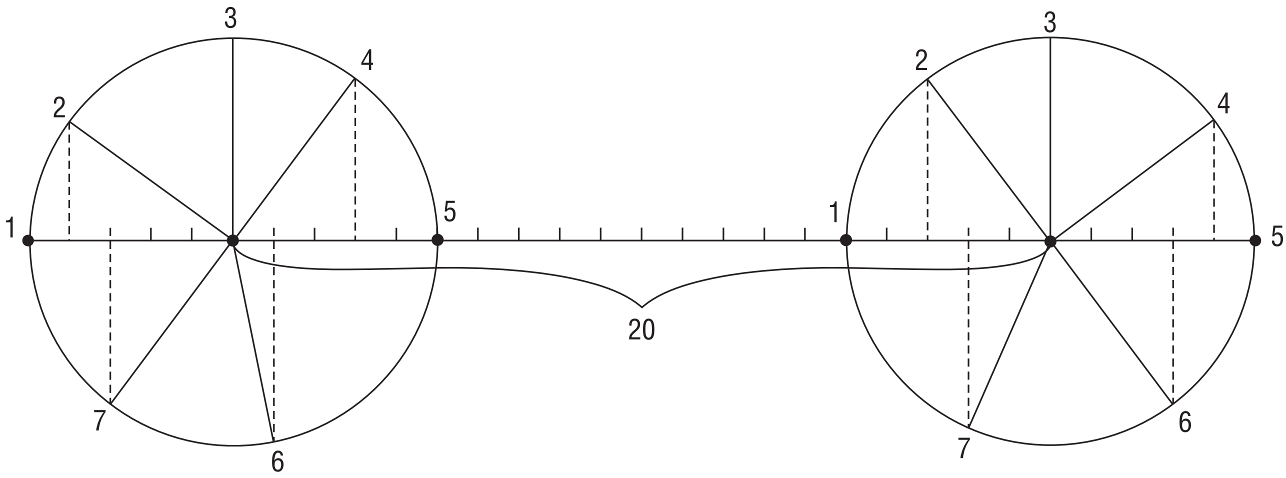
Задача 4. В два магазина поступили яблоки в одинаковых коробках. В первый магазин доставили 132 кг, а во второй — 156 кг яблок. Сколько коробок с яблоками доставили в каждый из этих магазинов?

Легко узнать, что во второй магазин доставили на 24 кг яблок больше, чем в первый, и эти 24 кг упакованы в одинаковые коробки. Возникает вопрос: «В каком количестве коробок могут находиться эти 24 кг яблок?» Ясно, что ответ на него зависит от массы яблок в одной коробке, которая может быть равна 24 кг, 12 кг, 8 кг, 6 кг, 4 кг, 3 кг, 2 кг или 1 кг. Тогда количество коробок могло бы быть соответственно 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 или 24. Однако проверка показывает, что из этих 8 вариантов подходят только 6: 1, 2, 3, 4, 6 или 12, так как числа

[1] ОС — отец взял сына на руки.

[2] ОК — отец сел на коня.

[3] СК — сын сел на коня.



Муравей 1

Муравей 2

132 и 156 делятся без остатка на 1, 2, 3, 4, 6, 12, но не делятся без остатка на 8 и 24. Это означает, что в коробке не может быть 8 кг или 24 кг яблок. Зная массу яблок в одной коробке, нетрудно определить число коробок, доставленных в каждый магазин. Вариантов ответа будет 6, а наиболее вероятны 2 из них: 11 и 13 коробок (если в коробке 12 кг яблок); 22 и 26 коробок (если в коробке 6 кг).

Задача 5. Каким образом ученики обычно добираются домой после школы?

После обсуждения и разбора ответов ученики приходят к выводу, что задача имеет много ответов: идет домой самостоятельно, за кем-то приходят папа или мама, кого-то забирают на автомобиле, некоторые уходят со старшим братом или сестрой и т.п., т.е. задача имеет много ответов и практических решений.

Задача 6. Внутри прямоугольной площадки со сторонами 12 м и 10 м требуется разбить цветочную клумбу площадью 8 м^2. Как это сделать?

Моделируя данную ситуацию в виде чертежа на клетчатой бумаге, ученики обычно находят несколько ответов. Отвечая на вопрос: «Какой из предложенных способов разбиения клумбы самый хороший?», учащиеся должны сказать, что это зависит от назначения площадки и желания ее хозяина. Серьезной проблемой может быть задание изобразить как можно больше цветочных клумб определенной формы внутри данной площадки.

Задача 7. Какую фигуру можно построить, используя пять одинаковых по размеру отрезков?

При ответе на этот вопрос школьники чаще всего говорят «пятиугольник», но в процессе обсуждения они осознают, что ответов может быть много. Наибольший восторг, как правило, вызывает пятиконечная звезда.

Задача 8. Сколько картофелин собрали с 12 кустов, если с двух собрали по 7, с трех — по 9, с семи — по 6 и с восьми — по 5 картофелин?

Эта задача с лишними данными, так как в условии даны результаты урожайности 20 кустов, тогда как для решения достаточно данных для 12 кустов. Поэтому как конвергентная задача она не имеет решения. Однако как дивергентная задача она имеет много ответов, которые варьируют в пределах от 64 до 83 картофелин. Рассмотрим 2 крайних варианта решений:

1) $7 \cdot 2 + 9 \cdot 3 + 6 \cdot 7 = 83$ (карт.);

2) $5 \cdot 8 + 6 \cdot 4 = 64$ (карт.).

Задача 9. В магазин привезли 5 коробок конфет по 10 кг в каждой. За неделю продали 40 кг. Сколько этих коробок осталось в магазине?

Как конвергентная задача она имеет единственное решение (1 коробка). Однако как дивергентная задача она имеет 6 вариантов ответа (от 0 до 5 коробок, ибо эти коробки могут по разным причинам остаться пустыми или полупустыми, могут оставаться или не оставаться в магазине).

Задача 10. Расстояние между двумя муравейниками 20 м. Из этих муравейников одновременно вылезли 2 муравья и побежали со скоростью 5 м/мин. На каком расстоянии они окажутся через 1 мин?

В условии задачи есть неопределенность, так как неизвестно, как ползли муравьи: навстречу друг другу, в одном и том же направлении, в противоположные стороны друг от друга или как-то иначе. Эта неопределенность и порождает совокупность правильных ответов (от 10 до 30 м). Чтобы школьники могли найти как можно больше решений задачи, надо помочь им составить модель задачи в виде чертежа (см. с. 32).

Задача 11. Расстояние между населенными пунктами A и B равно 10 км, а между B и C — 15 км. Каким может быть расстояние между пунктами A и C?

Ясно, что само понятие *расстояние между пунктами* является неоднозначным. Речь может идти о расстоянии по автомобильной дороге, пешеходной тропинке, о кратчайшем расстоянии и т.д. Поэтому здесь может быть много правильных ответов, которые можно изобразить на чертеже, давая при этом соответствующие разъяснения.

Задача 12. Длины сторон треугольника выражаются в целых числах, причем длина одной из них 7 см, а другой — 4 см. Чему равна длина третьей стороны?

Ученики должны по чертежу треугольника выяснить, что сумма длин двух сторон треугольника всегда больше длины третьей стороны. Здесь им также помогает интуиция и жизненный опыт. Далее учащиеся могут найти все 7 ответов на вопрос задачи (4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 см).

Задача 13. Раздели прямоугольник на 4 равные части двумя линиями.

Задача 14. Как можно разрезать треугольник на части, из которых можно составить прямоугольник? Какое минимальное число разрезов при этом необходимо?

Задачи 13 и 14 дают учащимся возможности для глубоких размышлений и реализации творческого потенциала.

Для проверки уровня развития дивергентного (творческого) мышления в процессе обучения математике, как правило, используют специально составленные контрольные работы. Результаты их выполнения оцениваются в баллах по трем основным факторам дивергентного (творческого) мышления:

а) за беглость (1 балл за каждое уместное решение с ответом);

б) за гибкость (3 балла за каждое нетипичное решение с ответом);

в) за оригинальность (5 баллов за оригинальное решение[1] с ответом).

В качестве примера предлагаем вниманию читателей вариант такой контрольной работы [3, *112*].

1. Как разрезать квадрат на две равные по площади части?

2. Составь задачи по решению

$$90 : 5 \cdot 4 = 72.$$

3. Найди различными способами сумму чисел 5 + 15 + 25 + ... + 95.

4. Из-за отсутствия в магазине мелочи продавец не смог сразу дать покупателю 47 р. сдачи. Однако выход был найден. Каким образом?

5. Футбольный матч закончился со счетом 2 : 2. В какой последовательности могли быть забиты голы этими командами?

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А.* Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе: от действия к мысли: Пос. для учителя / Под ред. А.Г. Асмолова. М., 2011.

2. *Галиуллина Е.Н.* Открытые задачи в начальной школе // Начальная школа. 2011. № 2.

3. *Гашаров Н.Г., Касумова Б.С.* Дивергентные задачи в начальном курсе математики. Махачкала, 2010.

4. *Рахимов А.З.* Психодидактика творчества. Уфа, 2003.

5. *Селькина Л.В., Худякова М.А.* Открытые задачи как компонент содержания начального математического образования // Начальная школа. 2009. № 9.

6. *Тестов В.А.* Реализация компетентностного подхода в обучении математике: проблемы и перспективы // Тенденции и проблемы развития математического образования: Науч.-практ. сб. Вып. 10. Армавир, 2012.

[1] Решение с ответом считается оригинальным, если оно встречается в классе один раз.