



заслуживает ли эта группа награду — наклейку. После этого группа «переезжает» в следующий домик. На следующей неделе эти ученики будут выполнять другие обязанности. В конце четверти подводятся итоги работы в домиках: победители выявляются по количеству наклеек.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

Маркова А.К. Формирование мотивации учения в школьном возрасте. М., 1983.

Асмолов А.Г., Бурменская Г.В. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе. От действия к мысли. М., 2010.

Механизмы достижения личностных результатов в процессе обучения математике

Л.В. СЕЛЬКИНА,

кандидат педагогических наук, доцент, Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет

Современное начальное образование, в том числе математическое, ориентировано на достижение предметных, метапредметных и личностных результатов обучения. Если этапы формирования предметных знаний и умений известны любому учителю — это приобретение первичного опыта, проблематизация, формирование знания о понятии или способе действия, тренинг (приобретение умения), контроль, оценка, — то анализ и отбор средств для достижения личностных и метапредметных результатов находятся сегодня в центре педагогического интереса.

В данной статье содержатся размышления о возможных механизмах достижения личностных результатов освоения начального курса математики.

В примерной программе по математике написано, что к личностным результатам обучения относятся: готовность ученика целенаправленно использовать знания в учении и повседневной жизни для исследования математической сущности предмета (явления); способность характеризовать собственные знания по предмету, формулировать вопросы, устанавливать, какие из предложенных математических задач могут быть успешно решены; познавательный интерес к математической науке.

Для того чтобы ученики были готовы использовать знания для исследования

математической сущности объекта (предмета или явления) при изучении математических понятий и способов действий (алгоритмов), необходимо усиливать прикладную направленность материала, иллюстрировать связь математики с жизнью. Приведем примеры.

Пример 1. При введении уравнения желательно опираться на анализ жизненных ситуаций и умение записывать на математическом языке результаты такого анализа. С этой целью можно обсудить ситуации вида: «В вазе было несколько яблок. 2 яблока съели, осталось 7 яблок. Сколько яблок было в вазе?», «На стоянке было 12 машин. После того как несколько машин уехало, осталось 7 машин. Сколько машин уехало?», «На ветке сидели 4 птицы, прилетело еще несколько птиц. Стало 10 птиц. Сколько птиц прилетело?» и составить по ним соответствующие равенства:

$$\square - 2 = 7, 12 - \square = 7, 4 + \square = 10.$$

Далее следует обратить внимание на их общее свойство — наличие неизвестного компонента арифметического действия, заметив, что неизвестный компонент в математике принято обозначать строчной буквой латинского алфавита. Затем можно ввести термин «уравнение». При таком подходе уравнение воспринимается учениками не как отвлеченное равенство особо-



го вида, а как модель (знаковая) реальной ситуации.

Пример 2. При изучении случаев вычитания вида $800 - 329$ целесообразно «отправиться» за покупками: актуализировать знания учащихся о видах денег (монеты и купюры), ценах на разные объекты (канцелярские товары, продукты, игрушки). Это можно сделать в процессе выполнения упражнений на: а) классификацию монет и купюр («Разделите деньги на 2 группы», «Дополните каждую группу недостающими элементами»); б) установление соответствия между товаром и его ценой (в одном столбике можно записать название товаров (или дать их иллюстрации), в другом — цены в рублях). Далее можно «совершить» покупку, вычислить ее стоимость (она может быть равна, например, 386 р.) и предложить ученикам вычислить сдачу, если покупку оплатили одной купюрой в 500 р. Так они встречаются с новым случаем вычитания $500 - 386$.

Пример 3. Урок, посвященный введению термина *периметр многоугольника* и формированию умения вычислять периметр различных многоугольников, можно начать с выполнения заданий на сравнение и классификацию различных линий — замкнутых, незамкнутых, ломаных, кривых. Важно обратить внимание учеников на то, что замкнутые ломаные являются границей многоугольников. Желательно закрасить внутренние области, ограниченные замкнутыми ломаными линиями, или прикрепить к доске вырезанные из цветной бумаги фигуры так, чтобы граница каждой фигуры была ярко выделена. Далее следует зафиксировать названия получившихся фигур — *четырёхугольник*, *треугольник* (фигуры следует подобрать так, чтобы треугольник по размеру был визуально больше). Затем можно «оживить» учебную ситуацию: «Данные фигуры — участки земли, например, Винни-Пуха и Пятачка. Герои сказки спорят: у кого забор, ограждающий участок, длиннее? Как разрешить их спор?» Мнения учащихся разделятся: некоторые подумают, что поскольку у четырёхугольника больше

сторон, чем у треугольника, то и граница длиннее; другие скажут, что длиннее граница у треугольника, так как он больше по размеру; кто-то предположит, что границы фигур равны по длине. Учителю следует подвести учеников к способу решения проблемы — длины сторон многоугольников нужно измерить и найти их сумму. В целях экономии учебного времени учитель может задать численные значения длин сторон многоугольников. После того как задание выполнено и спор Винни-Пуха и Пятачка разрешен, учитель сообщает, что учащиеся вычислили у каждого многоугольника *периметр*.

В результате реализации практико-ориентированного подхода у учащихся будет сформировано представление о математике как науке, описывающей закономерности, процессы и явления, происходящие в окружающем мире, отношения (количественные и пространственные) между ними. Кроме этого, осознание учениками роли математики в познании действительности позитивно скажется на *воспитании интереса* к этой области знания (это еще один личностный результат). Также к средствам становления интереса к изучению математики и учебной деятельности математического характера традиционно относят элементы истории математики, дидактические игры, занимательные, нестандартные и компетентностные задачи (последние находятся в центре внимания в связи с вопросами реформирования начального математического образования). Заметим, что вопросы реализации компетентностного подхода к оценке учебных достижений младших школьников уже обсуждались нами на страницах журнала «Начальная школа»¹.

Приведем примеры **компетентностных задач**, внедрение которых в процесс обучения математике позволит сформировать у обучаемых компетентностное поведение, предполагающее независимое, самостоятельное действие; гибкое использование средств деятельности; умение действовать в недоопределенных, незнакомых и нестан-

¹ См.: Селькина Л.В., Худякова М.А. Компетентностный подход к оценке результатов обучения по математике // Начальная школа. 2010. № 11. С. 40.



дартных ситуациях; способность определить, каких знаний и умений не хватает для выполнения конкретного действия; способность понимать и принимать позиции разных участников коммуникации, высказывать свою точку зрения и обосновывать ее, приводя аргументы; умение классифицировать объекты, использовать сравнение для установления общих и специфических свойств; высказывать суждения по результатам сравнения и записывать решения различных задач в общепринятом варианте; способность находить нужную информацию об объектах и процессах, представленную различными способами (в виде текста, таблицы, диаграммы, схемы); работать с моделями (знаковыми, вербальными, графическими); следовать инструкции; работать по плану; определять последовательность действий для решения конкретной задачи.

Задача 1. На садовом участке прямоугольной формы посажены 24 яблони — ровно по одной яблоне на квадратный метр. Какова длина забора, ограждающего данный участок?

Поскольку в задаче не указаны измерения прямоугольника (длина и ширина), то для ее решения нужно рассмотреть все возможные целочисленные значения этих величин: 24 м и 1 м, 12 м и 2 м, 8 м и 3 м, 6 м и 4 м, — затем по формуле вычислить для каждого случая значение периметра — 50 м, 28 м, 22 м, 20 м. Особая сложность состоит в оформлении решения, поскольку учащиеся, как правило, записывают решение задачи по действиям, а вариативность данных этой задачи затрудняет использование такой формы фиксации решения. Здесь решение лучше зафиксировать в таблице. Затруднение для учащихся представляет и перевод реальной ситуации на язык математики — в задаче речь идет о 24 яблонях, а фактически известно значение площади прямоугольника.

Задача 2. Буратино отправился из пункта *A* в пункт *B*. Он добрался в пункт назначения через *t* времени. Расстояние от *A* до *B* 100 км. Необходимо определить, каким транспортом добирался Буратино.

При решении этой задачи ученику необходимо: а) перевести на математический

язык требование задачи (надо узнать скорость); б) знать не только правило вычисления скорости и делителя числа 100, но и средние скорости движущихся объектов; в) проявить способность к фиксации решения в нестандартной форме, например, в виде таблицы. Кроме этого, ученик должен осознанно отбросить значения времени, не соответствующие условию: время не может принимать значения 20 ч, 25 ч, 50 ч, 100 ч (хотя эти числа являются делителями числа 100), поскольку при этом значения скорости будут равны соответственно 4 км/ч, 5 км/ч, 2 км/ч, 1 км/ч, что не является скоростями движения транспорта. Вызывает затруднение и вопрос, в формулировке которого не зафиксирована неизвестная величина *скорость*, а спрашивается о транспорте (такие вопросы в методике математики принято называть опосредованными, например: «Успеет ли...? Хватит ли...? На какое число покажет стрелка весов, если Маша и Света встанут на них вместе?»).

Нередко при решении компетентностных задач ученикам нужно продемонстрировать знания из других научных областей. Приведем пример такой задачи.

Задача 3. Доктору Айболиту известно одно универсальное лекарство от всех болезней — гоголь-моголь. В Ветеринарной энциклопедии содержится инструкция по лечению гоголь-моголем: «Чтобы вылечить любую болезнь, больному животному нужно дать лекарство из расчета 1 капля на каждые 10 кг массы тела». Помогите Айболиту рассчитать количество капель чудодейственного лекарства, которое нужно взять для лечения больных животных знойной Африки.

Текст задачи необходимо дополнить информацией о массе каждого животного (в виде столбчатой диаграммы или таблицы). При этом наряду со сведениями о животных знойной Африки (бегемоте, жирафе, гиене, слоне, носороге, обезьяне, гепарде, льве) в ней должна содержаться информация, например, о массах рыси и лося. Решая задачу, ученик должен учесть этот факт и исключить этих животных при подсчете общей массы, в противном случае ответ на вопрос задачи будет неверным.



Задача 4. В коробке у Пети было 6 пауков и жуков. Он посчитал, что у них 40 лапок. Сколько в коробке жуков и сколько пауков?

Для ответа на вопрос задачи ее необходимо дополнить (найти в энциклопедии) данными о количестве лап у пауков и жуков (8 и 6). Нетипичен и метод, который нужно применить для решения (подбор, упорядоченный перебор), и способ его фиксации (например, таблица).

Решение компетентностно-ориентированных задач стимулирует познавательный интерес младших школьников, помогает преодолеть разобщенность школьных учебных предметов. Заметим, что такие задачи целесообразно использовать не только в диагностических процедурах, но и в качестве упражнений, обогащающих содержание учебного материала курса начальной математики, иллюстрирующих его прикладной характер, возможность применения математических знаний для исследования процессов и явлений, происходящих в окружающем мире. Педагогический опыт свидетельствует, что эффективно организованная учебная деятельность школьников в процессе решения указанных задач является важнейшим средством формирования математической культуры, таких качеств математического мышления, как гибкость, критичность, логичность и рациональность. Данные задачи вносят эмоциональный момент в умственную работу, позволяют рассматривать ситуацию решения как проблемную, что способствует развитию внутренней мотивации, активизирующей психические процессы, за счет чего качественнее и быстрее формируются значимые для осуществления учебной деятельности мыслительные операции и познавательные умения.

В целях формирования у учащихся *способности характеризовать собственные знания по предмету* нужно системно (после изучения каждой темы) включать их в деятельность по заполнению рефлексивных таблиц, элементами которой являются операции, составляющие ориентировочную основу конкретного умения (действия). Например, рефлексивная таблица по теме «Умножение двузначного

числа на однозначное» может содержать такие компоненты:

- умею представлять двузначное число в виде суммы разрядных слагаемых;
- знаю свойство умножения суммы на число;
- умею применять свойство умножения суммы на число;
- умею умножать круглое число на однозначное; знаю таблицу умножения; умею складывать двузначные числа.

Осознанно и объективно заполнить таблицу ученик сможет только после выполнения самостоятельной работы, включающей задания на все перечисленные умения, и сопоставления результатов своей работы с подробным образцом (эталон для самопроверки), в котором фиксируется не просто результат, а способ действия.

Приведем пример заданий, направленных на осуществление пооперационного контроля по теме «Решение уравнений на сложение и вычитание» (табл. 1).

Если ученик научится характеризовать собственные знания по предмету, то он будет *способен устанавливать, какие из предложенных математических задач могут быть успешно решены*. Средством достижения этого результата является внедрение в учебную деятельность школьников *уровневой дифференциации*. Например, учащимся для самостоятельной работы предлагаются несколько задач одного вида, но разного уровня трудности (задачи могут отличаться количеством действий, видом отношения — прямое или косвенное, характером числовых данных и пр.), причем их следует подбирать с таким расчетом, чтобы каждый ученик смог решить легкую задачу, а это, в свою очередь, служило бы подготовкой к решению более трудной задачи. Учеников следует проинформировать о том, что им даны задачи разного уровня сложности, и предложить самостоятельно выбрать ту задачу, в решение которой он чувствует себя уверенно. Приведем примеры таких задач.

Задача 1. Для облицовки стен в ванной комнате папа купил 7 упаковок керамической плитки. Сколько плиток купил папа, если в одной упаковке их 20 штук?



Задание	Проверяемое умение (знание)
Подчеркни уравнение, в котором нужно найти неизвестное слагаемое: $x + 3 = 8$, $x + 5$, $x - 9 = 2$, $3 + x = 6$	Умение определять неизвестный компонент арифметического действия
Отметь верную формулировку правила: — чтобы найти неизвестное уменьшаемое, нужно сложить значение разности и вычитаемое; — чтобы найти неизвестное вычитаемое, нужно сложить уменьшаемое и значение разности; — чтобы найти неизвестное слагаемое, нужно известное слагаемое уменьшить на вычитаемое	Знание правил нахождения неизвестного компонента
Задание 1. Соедини уравнение с правилом, которым будешь пользоваться при его решении. $x + 3 = 8$ — чтобы найти неизвестное уменьшаемое, нужно сложить значение разности и вычитаемое; $x - 9 = 2$ — чтобы найти неизвестное вычитаемое, нужно из уменьшаемого вычесть значение разности; $3 + x = 6$ — чтобы найти неизвестное слагаемое, нужно из значения суммы вычесть известное слагаемое. Задание 2. Мальчики решали уравнение $x + 3 = 8$. Петя решил его так: $x = 8 + 3$, а Вова: $x = 8 - 3$. Кто прав?	Умение применять правило нахождения неизвестного компонента
Найди значения выражений $3 + 6$, $10 - 4$.	Умение вычислять
Мальчики решали уравнение $x - 9 = 2$. Петя утверждает, что корень уравнения равен 11, а Вася говорит, что 7. Кто из них прав?	Умение делать проверку

Задача 2. Для облицовки стен в ванной комнате папа купил 3 упаковки керамической плитки зеленого цвета и 4 упаковки керамической плитки белого цвета. Сколько плиток купил папа, если в одной упаковке их 20 штук?

Задача 3. Для облицовки стен в ванной комнате папа купил 3 упаковки керамической плитки зеленого цвета, а упаковок с плиткой белого цвета на одну больше. Сколько плиток купил папа, если в одной упаковке их 20 штук?

Задача 4. Для облицовки стен в ванной комнате папа купил 3 упаковки кера-

мической плитки зеленого цвета, что на одну упаковку меньше, чем упаковок с плиткой белого цвета. Сколько плиток купил папа, если в одной упаковке их 20 штук?

После того как ученики записали решение выбранной ими задачи, следует акцентировать внимание на том, что ответ у всех получился одинаковый. Далее желательно провести работу по сравнению задач, выявлению общего и различного, поиску разных способов решения задач (для задач 2–4), исследованию решения задачи (например, можно выяснить, изменится ли от-



вет задачи, если количество упаковок плитки каждого цвета будет другим, но при сохранении общего количества). Таким образом, ученики вместо одной задачи решат четыре, вспомнят взаимосвязь целого и частей, смысл отношения *на несколько единиц больше*, представленного в прямой и косвенной форме, конкретный смысл действия умножения, правило умножения числа на сумму.

Умение формулировать вопросы в курсе математики формируется, прежде всего, при работе над текстовой задачей, а именно: а) на этапе ее анализа, когда ставятся вопросы: «Что известно? Что нужно найти? Что значит *на 5 больше, такие же, поровну?*»; б) в ходе разбора задачи, когда ученики задумываются над вопросами: «Что нужно знать, чтобы ответить на вопрос задачи? Что можно найти, зная скорость и время?»; в) на этапе фиксации решения задачи, если оно записывается с вопросами; г) в процессе дополнительной работы над решенной задачей, когда задаются вопросы: «Какие вопросы можно еще поставить к этому условию? Как изменится решение задачи, если уравнивать скорости движения объектов?» Следует признать, что в подавляющем большинстве случаев эти вопросы задает учитель, при этом не реализуются развивающие возможности данного типа упражнений. Для того чтобы ученики были способны к постановке вопросов, самостоятельному анализу задачи, поиску ее решения, нужно системно тренировать их в этой деятельности, используя различные задания (от простого к сложному). Приведем примеры.

Задания на выбор вопросов к данному условию, представленному в таблице, тексте, диаграмме, рисунке

Задание 1. В таблице представлены результаты взвешивания всех учащихся первого класса.

Отметь знаком $\surd$ вопросы, на которые можно ответить, используя данные таблицы.

Имя	Масса
Лена	25 кг
Света	28 кг
Петр	34 кг
Валя	29 кг
Оля	37 кг
Ира	39 кг
Катя	24 кг
Ваня	31 кг
Леша	30 кг

- ☐ Сколько всего учащихся в классе?
- ☐ На сколько килограммов Ира тяжелее Лены?
- ☐ Как зовут самого тяжелого ученика класса?
- ☐ Какой рост у Петра?
- ☐ Есть ли в классе ученики, масса которых меньше 25 кг?

- ☐ Сколько в классе мальчиков?

Задание 2. На какие вопросы, поставленные к условию: «В тетради по математике у Алеши 18 троек, четверок — на 2 больше, чем троек, а пятерок столько, сколько троек и четверок вместе», можно ответить, не выполняя арифметических действий? Отметь их знаком $\surd$.

- ☐ Как зовут учительницу Алеши?
- ☐ Сколько троек в тетради у Алеши?
- ☐ Сколько четверок в тетради у Алеши?
- ☐ На сколько в тетради Алеши четверок больше, чем троек?
- ☐ Есть ли пятерки в дневнике у Алеши?
- ☐ Верно ли, что математика — любимый учебный предмет Алеши?

Задание «Закончи вопрос» или «Вставь недостающее слово в вопрос»

Впиши одно пропущенное слово в каждый вопрос задачи.

1) На птичьем дворе 48 птиц. Из них 20 утят, остальные — гусята. Сколько _____ на птичьем дворе?

2) В начальной школе поселка Ключи-



ки учатся 18 мальчиков и 12 девочек. Сколько _____ учащихся в школе?

3) Доктор Айболит в первый день вылечил 19 больных зверей, а во второй — 17. На сколько _____ больных зверей вылечил доктор Айболит во второй день, чем в первый?

4) Зайцы с белками играли в прятки. Зайцев 5, а белок на 3 больше. Сколько _____ играли в прятки?

Задание на постановку вопроса к данному условию

Какие вопросы можно поставить к условию: «В вазе лежало 8 яблок и 6 груш. Петя съел 2 фрукта, а Маша 1 яблоко»?

Задание на выделение в задаче условия и вопроса (прежде всего, в текстах нетипичных структур)

Подчеркни условие задачи одной чертой, а вопрос — двумя чертами.

1) Утром Карабас-Барабас наказал артистов своего театра 50 раз. Днем они выступали, а вечером он наказал их еще 30 раз. Сколько всего раз наказал Карабас-Барабас своих кукол в этот день?

2) Первая четверть продолжается 9 недель. Сколько недель осталось до конца четверти, если прошло 3 недели?

3) Масса взрослого волка 40 кг. Рысь на 10 кг легче волка. Найди массу рыси.

4) Сколько всего пирожков испекла Белоснежка, если за завтраком каждый из семи гномов съел по одному пирожку и еще столько же пирожков осталось?

5) Найди общее число шариков у Чука и

Гека, если у Чука их 7, а у Гека на 5 шариков больше.

Материалом для формирования у учащихся умения формулировать вопросы являются не только сюжетные задачи. Можно задавать вопросы к данным, представленным в любой форме: в виде рисунка (сюжетного, геометрического), диаграммы, столбика примеров.

Задание на постановку вопросов к готовому решению задачи (к каждому действию)

Вертолет пролетел за 2 ч 430 км. Сколько километров пролетит самолет за 5 ч, если его скорость в 3 раза больше, чем скорость вертолета?

Сформулируй вопросы к разным способам решения задачи.

Способ 1.

$$1) 430 \cdot 3 = 1\,290;$$

$$2) 1\,290 : 2 = 645;$$

$$3) 645 \cdot 5 = 3\,225.$$

Способ 2.

$$1) 430 \cdot 5 = 2\,150;$$

$$2) 2\,150 \cdot 3 = 6\,450;$$

$$3) 6\,450 : 2 = 3\,225.$$

Способ 3.

$$1) 5 \cdot 3 = 15;$$

$$2) 430 : 2 = 215;$$

$$3) 215 \cdot 15 = 3\,225.$$

Способ 4.

$$1) 430 : 2 = 215;$$

$$2) 215 \cdot 3 = 645;$$

$$3) 645 \cdot 5 = 3\,225.$$

В заключение отметим, что достижение личностных результатов обучения математике повысит качество усвоения учебного материала, позитивно скажется на формировании метапредметных результатов обучения.