



Формирование универсальных учебных действий при оперировании объемными телами

М.Б. ВИСИТАЕВА,

старший преподаватель кафедры математики и физики, Чеченский институт повышения квалификации работников образования, г. Грозный

Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования [2]¹ нацелен не на знаниевый компонент, а на развитие личности школьника. С точки зрения развивающего обучения (Л.В. Занков и др.) именно так и должен быть организован учебный процесс, в котором происходит общее развитие ученика, развитие всех сторон его личности (интеллектуальной, волевой, эмоциональной), духовно-нравственной сферы и при этом сохраняется его физическое и психическое здоровье.

Развитие универсальных учебных действий (УУД) учащихся — обязательное требование к деятельности педагога и один из критериев ее оценки. Основным средством формирования УУД в курсе математики являются вариативные по формулировке учебные задания с инструкциями: *объясни, проверь, оцени, найди закономерность, догадайся, понаблюдай, сделай вывод, объясни, верно ли утверждение*, и т.д., — которые нацеливают обучающихся на выполнение различных видов деятельности, формируя тем самым умение действовать в соответствии с поставленной целью.

Комплекс личностных УУД составляют мотивирование, формирование положительного отношения к учению, способность к самооценке и т.п.

В развивающем образовании школьник является субъектом соответствующего процесса: он учится принимать и сохранять учебную задачу, самостоятельно планировать свои действия, осуществлять итоговый и пошаговый контроль, вносить коррективы в действия, адекватно воспринимать

оценку учителя и т.п., т.е. речь идет о развитии у него регулятивных УУД.

Целью ученика является узнавание, открытие, освоение, поэтому он выполняет целый комплекс познавательных УУД: работает с информацией, осуществляет анализ, синтез, устанавливает причинно-следственные связи, создает высказывания в устной и письменной форме, использует общие приемы решения задач и т.п.

С целью формирования познавательных УУД в учебный процесс необходимо включать задания с инструкциями: *подумайте, проанализируйте, сравните, прочитайте внимательно условие, рассмотрите несколько решений, обоснуйте ответ* и т.д.

Необходимо, чтобы на уроке были созданы условия для продуктивной коммуникации как между учениками, так и между учениками и учителем. Это является непременным условием решения школьниками учебных задач. В условиях коммуникации учащиеся контролируют действия партнера, договариваются, приходят к общему решению, учитывая разные мнения, стремятся к координации, формулировке собственного мнения, позиции и т.п. Это значит, что создаются условия для развития коммуникативных УУД.

Рассмотрим возможности изучения понятия *объем* (на уроках в IV классах или во внеурочной деятельности), а также особенности формирования УУД в ходе проведения соответствующей работы.

Ретроспектива исследований по данной проблеме и наш личный опыт преподавания математики в школе показывает, что задачи, связанные с понятием *объем*,

¹ В квадратных скобках указан номер работы из списка «Использованная литература». — *Ред.*

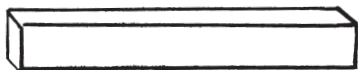


Рис. 1



Рис. 2

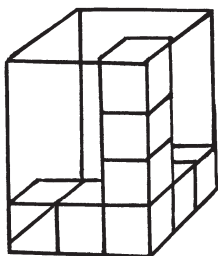


Рис. 3

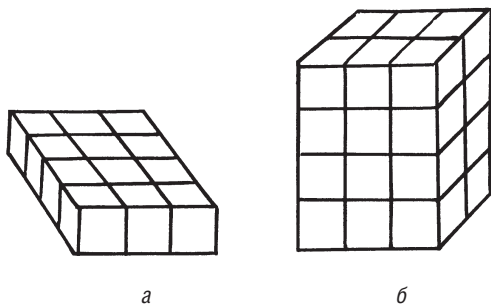


Рис. 4

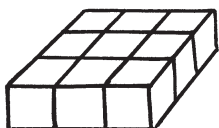


Рис. 5

следует изучать в следующей последовательности: 1) пропедевтические задачи; 2) задачи на вычисление объема; 3) задачи на «сложение кубиков»; 4) смешанные задачи¹.

В приведенных нами задачах мы рассматриваем позиционные свойства фигур (связанные с взаимным расположением фигур или их элементов) и метрические свойства фигур (связанные с измерением геометрических величин) или эти свойства в комбинации. В ходе анализа задач мы попытаемся описать метапредметные УУД, характерные для каждого вида задач.

Пропедевтические задачи

Регулятивные УУД: различать способ и результат действия.

Познавательные УУД: работать с реальными и графическими моделями (чертежом, рисунком), ориентироваться в разнообразии способов решения задач.

Коммуникативные УУД: планировать и согласованно выполнять совместную деятельность, распределять роли, в том числе и в парах, взаимно контролировать действия друг друга, уметь договариваться, вести дискуссию.

Большое значение для формирования УУД имеет использование задач на установление зависимости между линейными элементами фигур и площадями плоских фигур, поверхностей и *объемами* пространственных фигур.

При измерении геометрических величин сначала выбирают единичную фигуру, своего рода эталон, с которым сравнивают все остальные фигуры. Для измерения объемов в качестве тела, с которыми сравнивают все другие тела, выбран куб, ребро которого равно единичному отрезку. Такой куб называют *единичным кубом*, и его объем считают равным единице.

При измерении объемов различных тел опираются на следующие основные свойства объема: а) если тела равны, то объемы

¹ Речь идет о задачах, не относящихся к пунктам 1–3, но в которых присутствует понятие *объем*.



их также равны; б) если тело разбито на несколько тел, то его объем равен сумме объемов этих тел.

Объем каждого куба (рис. 2) равен 1 см^3 . В конструкции, изображенной на рис. 2, содержится семь таких единичных кубов. Значит, объем тела, изображенного на рис. 1, тоже равен 7 см^3 . Сравнивая объем тела на рис. 1 с объемом единичного куба, получаем, что объем этого тела в 7 раз больше объема единичного куба. Можно сказать, что в результате измерения мы получили числовое значение объема данного тела при выбранной единице измерения.

Если вдоль каждого из трех смежных ребер прямоугольного параллелепипеда можно уложить целое число выбранных единичных кубов (рис. 3), то для определения объема надо посмотреть, из какого количества единичных кубов составлен данный прямоугольный параллелепипед, и воспользоваться свойствами объемов.

Например, прямоугольный параллелепипед, изображенный на рис. 4, а, можно разбить на $12 = 4 \cdot 3 \cdot 1$ единичных кубов, на рис. 4, б, — на $24 = 3 \cdot 2 \cdot 4$ единичных кубов. Значит, объем первого прямоугольного параллелепипеда равен 12 куб. ед., объем второго — 24 куб. ед.

Практика показывает, что для измерения объема прямоугольного параллелепипеда можно не разбивать его на единичные кубы и не пересчитывать их, а сразу измерить длины трех его смежных ребер, используя одну и ту же единицу длины.

Формула объема прямоугольного параллелепипеда имеет вид $V = a \cdot b \cdot c$, где a , b , c — *длины ребер* прямоугольного параллелепипеда. Так как куб является прямоугольным параллелепипедом, у которого все ребра равны, то объем куба с ребром a определяется по формуле $V = a^3$.

Задача 1. Из кубиков с ребром 2 см сложили параллелепипед (рис. 5). Подумайте и определите его длину, ширину и высоту. Из какого количества кубиков сложен этот параллелепипед?

Особенный интерес представляют задачи, имеющие несколько вариантов решений. Анализируя их, нужно определить, является ли задача открытой или нет, сколько

решений имеет задача и каковы условия их существования.

На уроке можно разбить класс на группы и предложить каждой группе решить задачу различными способами. После этого учащиеся сравнивают способы решения задачи и выбирают наиболее привлекательный. Возможность решения одной и той же задачи различными способами демонстрирует непрерывность выводов математики, подчеркивает красоту содержания учебного предмета.

Задача 2. Возьмите 8 кубиков и сложите из них разные прямоугольные параллелепипеды или изобразите их с помощью компьютерных чертежных инструментов. Решите задачу разными способами. Обоснуйте свой ответ.

Задача допускает несколько вариантов решений (рис. 6, а–в). Здесь целесообразно использовать межпредметную связь (геометрии и арифметики), представив число 8 в виде произведения трех натуральных множителей: $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$, $8 = 2 \cdot 1 \cdot 4$, $8 = 8 \cdot 1 \cdot 1$.

Задача 3. Определите размеры коробки (или изготовьте коробку) прямоугольной формы, в которую должны поместиться 12 кубиков заданного размера. Решите задачу разными способами. Обоснуйте свой ответ.

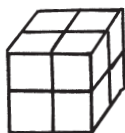
Задача 3 также допускает несколько вариантов решений (рис. 7, а–г). Здесь, как и в предыдущей задаче, целесообразно использовать межпредметную связь геометрии и арифметики, представив число 12 в виде произведения трех множителей разными способами: $12 = 12 \cdot 1 \cdot 1$, $12 = 6 \cdot 2 \cdot 1$, $12 = 2 \cdot 3 \cdot 2$, $12 = 4 \cdot 3 \cdot 1$.

Задачи на вычисление объема

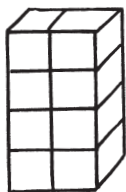
Регулятивные УУД: учитывать правило в планировании и контроле способа решения.

Познавательные УУД: моделировать изучаемое содержание, работать с графическими моделями (чертежом, рисунком, реальной моделью).

Коммуникативные УУД: овладевать навыками сотрудничества, договариваться и



а



б



в

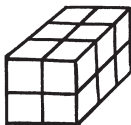
Рис. 6



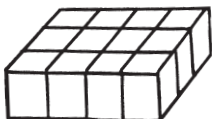
а



б

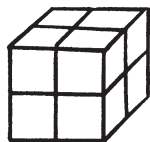


в

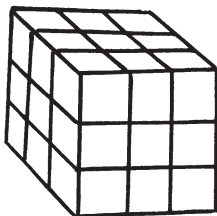


г

Рис. 7



а



б

Рис. 8

приходить к общему решению в совместной деятельности, в том числе в ситуации столкновения интересов.

Задача 4. Найдите объем фигур, изображенных на рис. 8. Объем одного кубика равен 1 см^3 . Сравните объемы.

Ход решения.

Найдем объем фигуры, изображенной на рис. 8, а.

Способ 1: куб состоит из $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ кубиков. Объем одного кубика 1 см^3 , значит, объем всей фигуры равен 8 см^3 .

Способ 2: куб состоит из двух слоев, в каждом из которых 4 маленьких кубика, значит, объем кубиков одного слоя равен 4 см^3 , а объем всех кубиков в двух слоях равен 8 см^3 .

Найдем объем фигуры, изображенной на рис. 8, б.

Способ 1: куб состоит из $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ кубиков, значит, объем всей фигуры равен 27 см^3 .

Способ 2: куб состоит из трех слоев, в каждом из которых 9 маленьких кубиков, значит, объем кубиков одного слоя равен 9 см^3 , а объем всех кубиков в трех слоях равен 27 см^3 .

Так как $8 < 27$, то объем первой фигуры меньше объема второй фигуры.

Задача 5. Сформулируйте задачу, аналогичную предыдущей, и решите ее.

Задача 6. Сергей построил фигуры из одинаковых кубиков объемом 1 см^3 (рис. 9). Магомед вычислил объемы этих фигур. Нашел ли он среди них тела с равными объемами?

Задача 7. Абузар создал конструкции (рис. 10) из одинаковых кубиков. Вычислите их объемы, если ребро куба равно 2 см . Сравните объемы.

Ход решения.

1. Вычислим объем маленького кубика: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 (\text{см}^3)$.

2. Сосчитаем число единичных кубиков в каждой конструкции. На рис. 10, а видим 19 кубиков, значит, объем всей конструкции равен $8 \cdot 19 = 152 (\text{см}^3)$.

Конструкция на рис. 10, б содержит 16 кубиков. Ее объем равен $8 \cdot 16 = 128 (\text{см}^3)$. Следовательно, объем первой конструкции больше объема второй конструкции.



Задачи на сложение кубиков

Регулятивные УУД: осуществлять итоговый и пошаговый контроль по результату деятельности.

Познавательные УУД: выполнять логические операции сравнения, анализа по заданным критериям и т.п.

Коммуникативные УУД: выражать свои мысли, уважать в общении и сотрудничестве партнера и самого себя и т.п.

Задача 8. Можно ли из кубов с ребром 1 см составить прямоугольный параллелепипед, объем которого равен 8 см^3 ? Рассмотрите несколько вариантов решений.

Ход решения.

Задача допускает несколько вариантов решений. Здесь (как и в задачах 2, 3) целесообразно использовать межпредметную связь геометрии и арифметики, представив число 8 в виде произведения трех натуральных множителей. Прямоугольный параллелепипед, объем которого равен 8 см^3 , изображен на рис. 11, так как $8 = 1 \cdot 2 \cdot 4$ (это один из вариантов решения задачи).

Задача 9. Из кубиков с ребром 2 см сложили параллелепипед. Определите его объем. Рассмотрите несколько вариантов решений.

Задача 10. В какую коробку (в форме прямоугольного параллелепипеда) войдет больше кубиков с ребром 1 см: с размерами 4 см, 3 см и 2 см или с размерами 2 см, 2 см и 3 см? Сделайте вывод.

Ход решения.

1) Найдем объем куба с ребром 1 см. Он равен 1 см^3 .

2) Вычислим объем фигуры с размерами 4 см, 3 см и 2 см. Для этого $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24 (\text{см}^3)$.

3) Вычислим объем фигуры с размерами 2 см, 2 см и 3 см. Для этого $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12 (\text{см}^3)$.

4) Сравниваем полученные объемы: $24 \text{ см}^3 > 12 \text{ см}^3$, значит, в коробку с размерами 4 см, 3 см и 2 см войдет кубиков больше.

Задача 11. Одна из граней куба разделена на 16 равных квадратов со стороной 1 см. Найдите площадь поверхности куба. Какой объем займут кубы с ребром 1 см, уложенные в основании этой фигуры в один слой? Обоснуйте свой ответ.

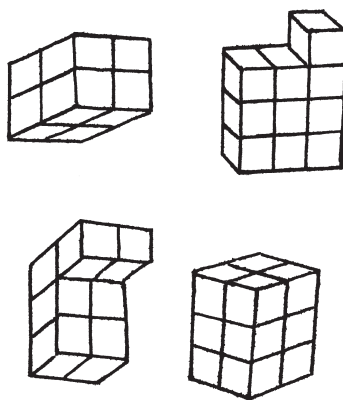
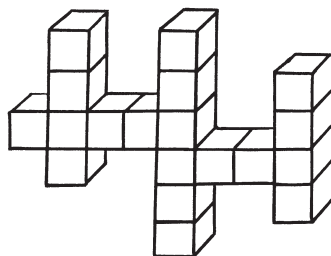
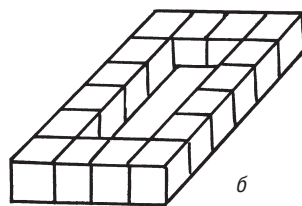


Рис. 9



a



б

Рис. 10

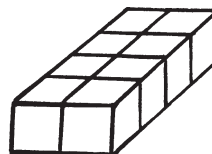
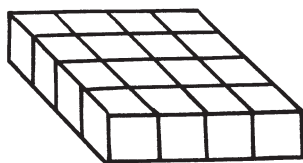
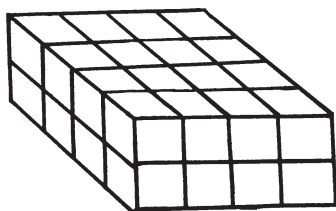


Рис. 11



а



б

Рис. 12



Рис. 13

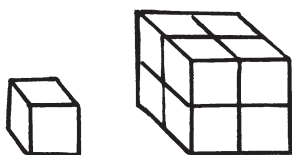


Рис. 14

Ход решения.

У куба 6 равных граней. Площадь одной грани равна 16 см^2 . Для вычисления площади поверхности куба надо $16 \text{ см}^2 \cdot 6 = 96 \text{ см}^2$.

Кубы с ребром 1 см, уложенные в основании этой фигуры в один слой (рис. 12, а), займут объем, равный 16 см^3 . Если слоев будет 2 (рис. 12, б), то объем полученной фигуры равен 32 см^3 .

Задача 12. Можно ли из кубов с ребром 1 см составить куб, объем которого равен 27 см^3 ? Обоснуйте ответ.

Смешанные задачи

Регулятивные УУД: проявлять инициативу, самостоятельность и т.п.

Познавательные УУД: проводить обоснование, поиск и отбор необходимой информации, выполнять логические действия и логические операции сравнения, установление аналогий по заданным критериям и т.п.

Коммуникативные УУД: учитывать разные мнения и стремиться к координации различных позиций в сотрудничестве.

Задача 13. Сколько одинаковых квадратов надо взять, чтобы из них можно было сложить в 2 раза больший квадрат (по периметру)? Сколько одинаковых кубиков надо взять для составления из них куба в 2 раза большего (по сумме периметров всех граней)?

Ход решения.

Если считать, что в 2 раза больший квадрат (по периметру) — это квадрат, сторона которого в 2 раза больше стороны исходного квадрата, то для его получения надо взять 4 одинаковых исходных квадрата (рис. 13).

Для составления в 2 раза большего куба (по сумме периметров всех граней) надо взять 8 кубиков (рис. 14).

Задача 14. Сформулируйте задачу, аналогичную задаче 13, и решите ее.

С целью организации дифференциации и индивидуализации обучения данные задачи можно предлагать на печатной основе и в электронном виде. Последнее позволяет учителю организовать как фронтальную работу с классом, демонстрируя задания на экране (например, задачи 1, 7, 9 и др.), так и индивидуальную (если текст представлен на мониторе компьютера). Ученики могут построить нужную фигуру с помощью компьютерных чертежных инструментов в программах *Microsoft Word*, *Paint* (к примеру, после решения задачи 5 и др.), а для представления результатов решения задачи могут использовать программу *PowerPoint*.



Вариативность учебных заданий, учет опыта учеников, включение в обучение математики игровых ситуаций, коллективное обсуждение результатов самостоятельно выполненных заданий оказывают положительное влияние на развитие познавательных интересов обучающихся и способствуют формированию мотивации в учении.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Панчишина В.А., Гельфман Э.Г. и др. Математика. Наглядная геометрия: Учеб. пос. для 5–6 классов общеобразовательных учреждений. М., 2006.
2. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования. URL: <http://www.standart.edu.ru>.

Секреты Хохломы

Внеклассное занятие

Т.В. СТАРОВЕРОВА,

учитель изобразительного искусства, многопрофильный лицей, г. Вятские Поляны, Кировская область

Цели: дать первые сведения о художественной ценности «травного» орнамента в хохломских изделиях; развивать графические умения в изображении изящных форм ритма природных объектов; формировать бережное отношение к природе.

Оборудование: выставка изделий; фотографии с изображением посуды с хохломской росписью; Толковый словарь русского языка С.И. Ожегова.

Ход урока.

I. Организационный момент.

II. Сообщение темы и целей.

— Для того чтобы быть настоящим гражданином своей страны, надо знать историю, культуру и искусство своего народа. Сегодня мы познакомимся с одним из древнейших русских промыслов.

Прочитайте запись на доске. (Секреты Хохломы.)

Тема занятия — «Секреты Хохломы». Посмотрите на эти предметы быта. Мы узнаем сегодня, что такое хохлома, как рождается под умелыми руками мастеров эта удивительной красоты посуда, и попробуем сами поработать так же, как эти народные умельцы.

III. Основная часть.

Весело-весело!
Мастерит все село.
К нам приехала сама
Золотая Хохлома!

Как вы думаете, почему хохлома называется золотой? (Высказывания учащихся.)

Действительно, все эти предметы быта кажутся золотыми.

Художники Хохломы сразу рисуют кистью, а мы с вами выполним рисунок в графике, так как сначала надо получить какие-то умения и навыки, потренировать свои руки, чтобы на следующем уроке уверенно выполнять свою работу в красках.

Хохломская роспись по дереву — один из самых знаменитых русских народных промыслов. Находится он в Нижегородской области. Название промысла произошло от названия села Хохломы, где традиционно изготавливали и продавали изделия с хохломской росписью. Впервые упоминание об этом селе встречается в документах XVI в. Еще при Иване Грозном о Хохломе знали как о лесном участке под названием Хохломская Ухожея.

Изделия с хохломской росписью за свою красоту и прочность ценятся не только в России, но и экспортируются более чем в тридцать зарубежных стран.

Что значит «экспортируются»? (Продаются за рубеж.)

Давайте внимательно рассмотрим эти прекрасные предметы быта, расписанные художниками Хохломы. На округлых золотистых боках хлебосольной чаши избоб-