6. *Кубасова О.В.* Любимые страницы: Учеб. по лит. чтению для 1 класса. Смоленск, 2001.

7. Программы общеобразовательных учреждений. Начальные классы. Ч. 1. 3-е изд. М., 2002.

8. Реализуем новые стандарты. Подборка статей // Начальная школа. 2011. № 8. С. 12–77.

9. *Рудкова С.Г., Кузнецова Т.А.* Современные тенденции литературного образования младших школьников // Там же. 2010. № 1. С. 23–29.

10. *Свиридова В.Ю.* Литературное чтение. Учеб. для 1 класса. 2-е изд., перераб. Самара, 2003.

11. *Свиридова В.Ю.* Литературное чтение: Учеб. для 1 класса. 6-е изд., перераб. и доп. Самара, 2011.

12. *Сосновская О.В.* Литературное чтение в начальной школе // Начальная школа. 2003. № 9. С. 15–23.

13. *Строганова Л.В.* Литературоведческая пропедевтика // Там же. 2009. № 3. С. 15–17.

14. *Строганова Л.В.* Литературоведческий аспект курса «Литературное чтение» // Там же. 2012. № 4. С. 45–49.

15. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования. М., 2010.

16. *Филимонова А.А.* Трудности в организации и проведении уроков литературного чтения // Начальная школа. 2009. № 6. С. 58–64.

17. *Чуракова Н.А.* Литературное чтение. 1 класс: Метод. коммент. к учеб. В.Ю. Свиридовой. М., 2012.

18. *Чуракова Н.А.* О курсе «Литературное чтение» для 1 класса четырехлетней начальной школы // Начальная школа. 2000. № 9. С. 9–12.

Об использовании понятий *мешок* и *множество*

А.А. ЛОКШИН,

доктор физико-математических наук, профессор, Московский педагогический государственный университет

Изложим некоторые соображения о том, почему объединение курса математики с курсом информатики А.Л. Семенова и Т.А. Рудченко [1][1] является непростой проблемой.

В учебнике информатики [1] используется язык мешков, внешне напоминающий язык наивной теории множеств. Заметим, что *элементы в мешке* — это нечто, в корне отличное от *элементов множества*. Действительно, для каждого элемента мешка (как это следует из изложения в [1]) в *библиотеке элементов* можно взять *одинаковый* с ним[2]. В противоположность этому в качестве элементов множества можно брать вполне материальные объекты, в точности одинаковых с которыми в материальном мире найти в принципе нельзя. Имеются в виду, конечно, объекты макромира.

Таким образом, *элементы мешка* — это некие идеальные (а не реальные) объекты, причем ученикам это не сообщается. Говорится при этом, что два элемента мешка одинаковы, если они совмещаются при наложении. Понятно, что элементы мешка —

[1] В квадратных скобках указан номер работы из списка «Использованная литература». — *Ред.*

[2] В учебнике «Информатика» явно это нигде не утверждается, но в программе курса «Математика и информатика» сказано: «Понятие мешок, или совокупность, используется как в математике, так и в информатике. Однако в математике чаще используется понятие множество. Его отличие от понятия мешок в том, что в множество каждый элемент может входить или не входить, а в мешок он может входить один, два, три и т.д. раз» [4, *16*]. См. также пособие [5, *63*], где сказано: «Что касается понятия **мешок**, то ему соответствует математическое понятие **мультимножество**». О понятии **мультимножество** можно прочитать в Википедии.

это будущие *команды в программах*, и, интерпретируя их как символы команд, мы неизбежно понимаем их как совершенно одинаковые элементы. Впрочем, никакие два рисунка (два элемента мешка) не могут идеально совпадать при наложении. Существенно ли это? Пока мы остаемся в рамках информатики — нет. Дело в том, что два идеально или не совсем идеально совпадающих рисунка — это символы одного и того же объекта (одной и той же команды в программе). Таким образом, нет смысла придираться к неидеальному совпадению при наложении друг на друга двух элементов-рисунков.

Итак, то, что школьникам ничего не говорится об идеальной природе элементов мешка (о том, что элементы мешка — это не сами объекты, а их символы), с педагогической точки зрения удобно и вполне допустимо (если оставаться в информатическом контексте).

Проблема возникает тогда, когда перекидывается мостик к математике, где нужно учить арифметическим операциям, имеющим прямое отношение к счету реальных объектов. Сопутствующие этому обучению операции пересечения, суммы и разности мешков (аналоги соответствующих операций с множествами) формулируются так, что возникает смешение понятий: *такой же* и *тот же самый*. В данном случае понятие *такой же* является синонимом слова *одинаковый*. Однако вне информатического контекста такое смешение ведет к нежелательным последствиям. Перейдем к примерам.

В учебнике для II класса [2, *18*] дается следующее определение пересечения мешков: «Возьмем два мешка — К и Л[1]. Соединим **все** одинаковые бусины в мешках К и Л в пары». Однако некоторым из одинаковых бусин не хватает пары. Каким образом из трех одинаковых круглых серых бусин выбрать две, для которых в другом мешке приготовлены пары, не указывается. Итак, термин *все* в данном контексте выглядит несколько двусмысленно, но важно другое: из определения ясно, что одинаковые бусины полностью взаимно заменимы. Их физическое различие не играет абсолютно никакой роли! Это полностью согласуется с тем, что две одинаковые бусины — это символы одного и того же объекта, а не просто два похожих объекта, так как материальные объекты полностью взаимно заменимыми в макромире не бывают.

Продолжим цитирование: «Мешок К1 — это часть мешка К, в которой лежат **все** те бусины из мешка К, которые есть и в мешке Л». Обратим внимание на неточность: употребление слова *те* вместо *такие же* ведет к подмене понятия. Мешки К и Л расположены в разных местах, и общих бусин у них нет. Читаем далее: «Наибольшую общую часть мешков мы будем называть **пересечением мешков**». В учебнике для III класса [3, *13*] при повторении материала рассматривается иллюстрация с тем же количеством бусин и говорится: «Мы называем **пересечением мешков** наибольшую общую часть мешков: все те бусины, которые лежат и в мешке К, и в мешке Л». Следует подчеркнуть, что операции суммы и пересечения определяются авторами не только для мешков, наполненных бусинами, но, судя по задачам 45 и 48 из учебника для II класса [2], для мешков с любыми другими элементами.

Итак, **подмена понятия** произошла: *одинаковые* превратились в *общие*. Эта подмена кажется неопасной и даже удобной, когда речь идет об идеальных, неотличимых друг от друга объектах (а точнее, о символах одного и того же объекта). Действительно, две команды «Вперед!», отданные в разное время, полностью взаимно заменимы, но два бильярдных шара, внешне сколь угодно похожие друг на друга, всегда отличаются самым радикальным образом: у них разные траектории в мировом пространстве. Таким образом, мы не можем считать элементы мешков объектами, обладающими какой-либо индивидуальностью, и нам, по сути, запрещено идентифицировать их по занимаемому ими месту на плоскости. Существенно, что ученики об этом не предупреждены.

Так как ученикам не сообщается, что элементы в мешках не настоящие объекты, а только их символы, то неизбежна ситуация,

[1] На рисунке изображены два мешка, расположенные в разных местах. Значит, бусины, которые лежат в этих мешках, с точки зрения второклассника, физически различны.

когда на уроке будут рассмотрены два реальных мешка, в одном из которых, например, 2 шарика для пинг-понга, а в другом — 3. Что собой представляет пересечение этих мешков? Это в соответствии с определением — мешок, в котором два шарика. Но откуда они взяты? Из левого мешка или из правого? Или еще откуда-то? Посмотрим на шарики внимательнее. Оказывается, что они неодинаковые. Тогда приходится считать, что пересечение мешков пусто. Но как же быть? Нужно ли учитывать, что шарики чуть-чуть неодинаковые? Или не нужно? Этого тяжелого для учащихся вопроса не возникнет, если говорить не о мешках, а о множествах. Учителю, очевидно, приходится на все эти вопросы отвечать следующим образом: «Какие именно шарики мы поместим в пересечение наших мешков — не имеет значения. На мелкие различия между шариками тоже не следует обращать внимания!»

При выполнении задания может возникнуть и такой неудобный вопрос: «Если в пересечение мешков поместить шарики из левого мешка, то останутся ли эти шарики в левом мешке или они оттуда исчезнут?» В работах [2–4] не дается ответа на этот вопрос. Следуя общей логике изложения курса «Математика и информатика» (прежде всего чтобы избежать неоднозначности в результате пересечения мешков), учитель, видимо, должен отвечать так: «Шарики в левом мешке не исчезнут! Будем считать, что в пересечении наших мешков находятся такие же точно шарики, купленные в магазине».

До сих пор все затруднения, возникающие при использовании мешков вместо множеств, успешно преодолевались, по сути, волевым образом — ссылкой на то, что «так будем считать по определению». Теперь перейдем к обучению счету, в процессе которого школьнику неизбежно приходится пересчитывать реальные объекты.

В учебнике [3] на с. 12 изображены два складываемых друг с другом мешка, расположенные в разных местах. Сложение этих мешков сводится к перекладыванию их элементов в третий мешок, но что будет, если у мешков есть действительно (т.е. физически) общие элементы? Бывают ли вообще такие мешки? Об этом ничего не говорится. Здесь возникает тяжелая, искусственно созданная проблема. Если придерживаться точки зрения, что мешков с физически общими элементами не бывает, то изложение сохраняет внутреннюю логику, но окончательно выясняется, что никакие реальные физические объекты не могут рассматриваться как элементы мешков, потому что физические объекты можно объединять в совокупности по разным признакам, и в результате у двух совокупностей может образоваться настоящая физически общая часть. Таким образом, в сознании младших школьников воздвигается прочный барьер перед пониманием простых задач типа: «В классе 20 учеников. 11 изучают французский язык, а 12 — английский. Сколько учеников изучают оба эти языка?»

Если окончательно выясняется, что элементы мешков — это не реальные физические объекты, а что-то другое, то откуда следует, что арифметические правила, выведенные при помощи мешков (см. [3]), применимы при счете реальных физических объектов?

Рассмотрим пример. Папа, умываясь, пользуется большой зубной щеткой (Щ) и куском мыла (М), а сын, умываясь, пользуется маленькой зубной щеткой (щ) и тем же куском мыла, что и папа. Поместим в первый мешок папины предметы для умывания, а во второй — предметы для умывания, которыми пользуется сын: мешок 1 = [Щ, М], мешок 2 = [щ, М].

Возникает вопрос: не должны ли мы вынимать мыло (М) из мешка 1, когда формируем мешок 2? Ответ на этот вопрос может быть только отрицательным. Действительно, если предположить, что должны, то это лишило бы нас возможности одновременно перечислить те предметы, которыми пользуется папа, и те предметы, которыми пользуется сын. Теперь, следуя правилу сложения мешков, очевидно, получим: [Щ, М] + [щ, М] = [Щ, щ, М, М].

Ученик, решающий эту задачу, конечно, будет понимать, что в действительности папа и сын пользуются тремя (а не четырьмя!) предметами при умывании, но тогда какое отношение имеет сложение мешков к изучению арифметической операции сложения чисел?

Если допустить существование мешков с физически общими элементами (а не только общими в переносном смысле, как при определении пересечения мешков), то тогда, во-первых, определение пересечения мешков должно быть изменено. Во-вторых, мешок превращается в структуру намного более сложную, чем множество (так что изучение множеств должно, по идее, предшествовать изучению мешков), но так как предварительное изучение множеств в анализируемом учебнике не предусмотрено, то учителю придется говорить школьникам: «Если у двух мешков, которые мы складываем, есть общие элементы, причем эти элементы *общие в переносном смысле* (см. определение пересечения мешков), то эти мешки складываем так, как показано на рисунке в учебнике. Если у двух мешков есть *действительно общие* элементы, то нужно пользоваться другим рисунком».

Таким образом, важнейшая математическая операция, элемент фундамента математики — *сложение* — излагается двусмысленным образом. Причина — выбор языка мешков вместо языка множеств.

Рассмотрим теперь операцию *вычитание*. Например, мы хотим вычесть из мешка Z, в котором 3 пинг-понговых шарика, мешок W, в котором 2 пинг-понговых шарика. Мешки находятся физически в различных местах. Пренебрежем царапинами на шариках и будем считать шарики идеальными. В результате получим (действуя по рецепту из учебника для III класса [3, *12, 13*]: один шарик останется в мешке Z ($3 - 2 = 1$, и с этим все в порядке). Кроме того, два шарика вынули из мешка Z, а еще имеются два шарика в мешке W. Что делать с этими четырьмя шариками — неясно. Более естественным кажется поместить мешок W внутрь мешка Z и потом извлекать его оттуда. Однако это не удается сделать, так как тогда мешок Z можно принять за элемент мешка W (понятие *подмешок* в языке мешков не предусмотрено).

Как уже говорилось, рисунок, на котором изображено сложение мешков, выглядит так: содержимое двух мешков перекладывается в третий мешок (прежде пустой). Таким образом, при сложении из двух мешков образуется один. Естественно ожидать, что при вычитании мешков будут образовываться два мешка из одного. Однако это не так (по причинам, изложенным выше). Результатом вычитания оказываются не просто два мешка, а два мешка и несколько «вычтенных» бусин, не помещенных ни в какой мешок [3, *12, 13*]. В учебнике [3] на рисунке, изображающем результат вычитания, «вычитаемый» мешок не помещен, что отчасти исправляет ситуацию. Таким образом, несогласованность рисунков, связанных со сложением и вычитанием мешков, нарушает гармонию между арифметическими операциями сложения и вычитания. Причина — лишь частичная приспособленность языка мешков к иллюстрации арифметических действий.

Заметим, что изучать множества и операции над ними все равно придется, но делать это после изучения операций с мешками будет затруднительно.

Наконец, представляется очевидным, что никакие тактические соображения педагогического удобства не уравновешивают нежелательные последствия подмены понятия в процессе рассуждений. По-видимому, объединение математики и информатики должно все-таки проводиться на базе языка множеств, а не мешков, потому что материальные предметы (вещи), окружающие учеников, будучи собраны в кучу или сложены в виде коллекции, образуют именно множество, а не мешок, — ведь они, как правило, не являются символами чего-то и все (хотя бы немного) отличаются друг от друга.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Семенов А.Л., Рудченко Т.А.* Информатика. 3 класс: Учеб. для общеобразовательных организаций. Ч. 1. М., 2013.

2. *Семенов А.Л., Рудченко Т.А.* Математика и информатика. 2 класс: Учеб. для общеобразовательных организаций: В 4 ч. Ч. 2. М., 2012.

3. *Семенов А.Л., Рудченко Т.А.* Математика и информатика. 3 класс: Учеб. пос. для общеобразовательных учреждений: В 4 ч. Ч. 1. М.: Институт новых технологий, 2011.

4. http://nachalka.seminfo.ru/file.php/4/documents/Programa_Kursa_MATINF1-4.pdf.

5. Информатика: Пос. для учителя: 2 класс / А.Л. Семенов, Т.А. Рудченко, А.А. Муранов, Е.И. Яковлева. М.: Просвещение: Ин-т новых технологий образования, 2002.